**О Т В Е Т Ы**

**на школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2014 год**

**9 класс**

1. Как разрезать фигуру, изображенную на рисунке на три равные части?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

***Ответ:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. В трех ящиках находятся крупа, вермишель и сахар. На первом написано “крупа”, на втором “вермишель”, на третьем “крупа или сахар”. В каком ящике, что находится, если содержимое каждого из них не соответствует надписи?

***Ответ:*** Так каждая надпись не соответсвует действительности, то в третьем ящике – вермишель, в первом – сахар, а во втором – крупа.

1. Из города *А* в город *В* катер плывет 3 дня, а обратно – 5 дней. Сколько будут плыть плоты из *А* в *В*?

***Решение:*** По течению катер проплывает за день 1/3 часть пути, а против течения 1/5 часть. Следовательно, плоты проплывут за день (1/3 – 1/5) : 2 = 1/15 часть пути.

***Ответ:*** 15 дней.

1. За весну Обломов похудел на 25%, затем за лето поправился на 20%, затем за осень похудел на 10%, а за зиму прибавил 20%. Похудел он в итоге или поправился?

***Решение:*** Пусть *a* – первоначальный вес Обломова, тогда его вес через год будет равен

*a* ⋅ 0,75 ⋅ 1,2 ⋅ 0,9 ⋅ 1,2 = 0,972 *a*, что меньше чем *a*. Таким образом, Обломов похудел.

***Ответ:*** Обломов похудел.

1. Али-Баба нашел пещеру полную золота и алмазов. Полный мешок золота весит 200 кг, полный мешок алмазов 40 кг. Али-Баба может унести за один раз 100 кг. Килограмм золота стоит 20 динаров, килограмм алмазов 60 динаров. Сколько денег он может получить за золото и алмазы, унесенные в одном мешке (за один раз)?

***Решение:*** Вначале заметим, что 5 кг золота имеют тот же объем, что и 1 кг алмазов, но стоят дороже. Докажем, что:

1). Али-Баба может получить за сокровища 3000 динаров. Действительно в мешок входит 40кг алмазов. Если мы заменим 15кг алмазов на 75кг алмазов, то объем мешка останется прежним, а стоимость его будет равна 3000 динаров.

2). Докажем теперь, что 3000 динаров – это наибольшая сумма, которую можно выручить за сокровища. Если из мешка содержащего 25кг и 75кг золота убрать еще алмазов, то заменить их будет можно таким же количеством золота (чтобы не было превышения в весе) и общая стоимость уменьшится, так как алмазы стоят дороже. Если же убрать часть золота, то общая стоимость уменьшится, так как вес взятых вместо него алмазов будет в пять раз меньше (иначе – превышение по объему !). Например, если взять 5*x* кг золота и заменить их на *x* кг алмазов, то стоимость сокровищ уменьшится на 40*x* динаров. Ответ: 3000 динаров.

1. На основаниях *AB* и *CD* трапеции *ABCD* взяты точки *K* и *L*. Пусть *E* – точка пересечения отрезков *AL* и *DK*, *F* – точка пересечения *BL* и *CK*. Доказать, что сумма площадей треугольников Δ*ADE* и Δ*BCF* равна площади четырёхугольника *EKFL*.

***Решение:***

Имеем, *S*Δ*ADK = S*Δ*ALK*, так как они имеют общее основание AK и равные высоты, совпадающие с расстоянием между параллельными прямыми *AB* и *DC*. *S*Δ*ADE = S*Δ*ADK – S*Δ*AEK = S*Δ*ALK – S*Δ*AEK = S*Δ*KLE.* Аналогично, *S*Δ*BCF = S*Δ*KLF*. Таким образом, сумма площадей треугольников Δ*ADE* и Δ*BCF* равна площади четырёхугольника *EKFL*.